



(19) 대한민국특허청(KR)
(12) 등록특허공보(B1)

(45) 공고일자 2012년08월08일
(11) 등록번호 10-1172641
(24) 등록일자 2012년08월02일

(51) 국제특허분류(Int. Cl.)
H03M 7/30 (2006.01) H04N 7/26 (2006.01)
(21) 출원번호 10-2011-0065817
(22) 출원일자 2011년07월04일
심사청구일자 2011년07월04일
(56) 선행기술조사문헌
JP2011096240 A
KR1020100004321 A
KR1020000062277 A

(73) 특허권자
한국과학기술원
대전 유성구 구성동 373-1
(72) 발명자
예종철
대전광역시 유성구 대학로 291, 한국과학기술원 (구성동)
김종민
대전광역시 유성구 대학로 291, 한국과학기술원 정문술빌딩 401호 (구성동)
(74) 대리인
특허법인무한
(뒷면에 계속)

전체 청구항 수 : 총 22 항

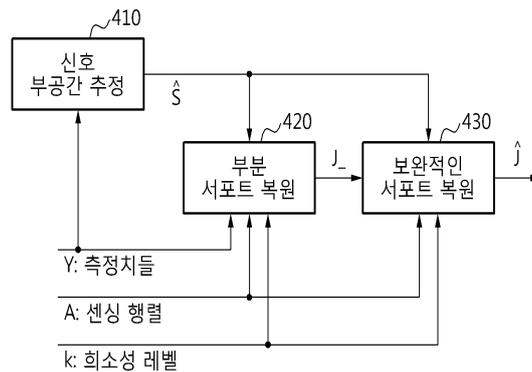
심사관 : 장석환

(54) 발명의 명칭 결합 희소성을 갖는 압축된 센싱을 위한 방법 및 장치

(57) 요약

복수 개의 스냅샷들로부터 결합적으로 희소한 서포트를 복원하기 위한 방법 및 장치가 개시된다. 상기의 방법 및 장치는 노이즈 및 방해에 대한 향상된 강인성을 제공함으로써 다양한 환경 하에서 서포트를 재구성하는 능력을 향상시키고, 및/또는 서포트의 재구성에 있어서 계산적 효율성을 향상시킨다. 상기의 방법은 CS-MMV 방법을 사용한 부분 서포트 복원을 포함한다. 보완적인 서포트 복원은 복수 개의 스냅샷들로부터 추출된 부공간 정보 및 부분 서포트 정보를 사용한다. 부분 서포트 및 보완적인 서포트들 내의 요소들의 총 개수는 희소성 레벨과 같을 수 있다.

대표도 - 도4



(72) 발명자

이옥균

대전광역시 유성구 대학로 291, 한국과학기술원 정
문술빌딩 401호 (구성동)

브리슬러, 요람

미국 일리노이 61801 어바나 브룩켄 드라이브 414

이기령

미국 일리노이 61801 어바나 메인 스트리트 웨스트
1308

특허청구의 범위

청구항 1

결합적으로 희소한 신호들(jointly sparse signals)의 복수 개의 측정치 벡터(measurement vectors)들로부터 신호 부공간 정보(signal subspace information)를 추출하는 동작;

상기 복수 개의 측정치 벡터들을 사용하여 적어도 하나의 결합 서포트(joint support)의 요소를 갖는 부분집합을 계산하는 동작; 및

상기 신호 부공간 정보 및 상기 부분집합을 사용하여 상기 결합 서포트 요소의 적어도 하나의 추가적인 요소를 계산하는 동작

을 포함하는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법.

청구항 2

제1항에 있어서,

상기 측정치들은 적어도 하나의 센서로부터 획득되는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법.

청구항 3

제1항에 있어서,

상기 신호 부공간 정보는 상기 신호 부공간의 차원, 상기 신호 부공간을 확장(span)하는 기저(basis), 상기 신호 부공간 상으로의 투영(projection), 상기 신호 부공간의 직교 여공간(orthogonal complement)에 대한 기저 또는 상기 신호 부공간의 직교 여공간 상으로의 투영 중 적어도 하나를 포함하는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법.

청구항 4

제1항에 있어서,

상기 신호 부공간 정보의 추출은 고유치 분해(Singular Value Decomposition; SVD) 또는 주 컴퍼넌트 분석(Principal Component Analysis; PCA)에 의해 수행되는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법.

청구항 5

제1항에 있어서,

상기 신호 부공간 정보의 추출은 강인한 주 컴퍼넌트 분석(robust principal component analysis)에 의해 수행되는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법.

청구항 6

제1항에 있어서,

상기 복수 개의 측정치 벡터들을 사용하여 적어도 하나의 결합 서포트 요소를 갖는 부분집합을 계산하는 동작은, 상기 신호 부공간 정보를 사용하는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법.

청구항 7

제1항에 있어서,

상기 복수 개의 측정치 벡터들을 사용하여 적어도 하나의 결합 서포트 요소를 갖는 부분집합을 계산하는 동작은, 서포트 복원을 위한 그리디 알고리즘(greedy algorithm)을 부분적으로 수행(partial execution)하는

것을 포함하는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법.

청구항 8

제1항에 있어서,

상기 복수 개의 측정치 벡터들을 사용하여 적어도 하나의 결합 서포트 요소를 갖는 부분집합을 계산하는 동작은,

서포트 복원을 위한 방법으로부터 획득된 상기 서포트의 부분 집합을 취하는 동작

을 포함하는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법.

청구항 9

제1항에 있어서,

상기 복수 개의 측정치 벡터들을 사용하여 적어도 하나의 결합 서포트 요소를 갖는 부분집합을 계산하는 동작은, 결합적으로 희소한 신호를 복구하기 위한 방법에 의해 획득된 신호 추정치들의 절대값(magnitude)들의 측정을 분류(thresholding)하는 고유치에 의해 수행되는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법.

청구항 10

제1항에 있어서,

상기 복수 개의 측정치 벡터들을 사용하여 적어도 하나의 결합 서포트 요소를 갖는 부분집합을 계산하는 동작은, 서포트의 복수 개의 후보 집합들을 생성하기 위해 반복되는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법.

청구항 11

제3항에 있어서,

상기 신호 부공간 정보 및 상기 부분집합을 사용하여 상기 결합 서포트 요소의 적어도 하나의 추가적인 요소를 계산하는 동작은, 상기 신호 부공간 정보에 의한 신호 부공간 추정치의 증대(augmentation)에 의해 형성된 증대된(augmented) 신호 부공간을 사용하고, 상기 신호 부공간 추정은 센싱 행렬의 열들의 범위 공간에 의해 생성되고, 상기 센싱 행렬의 열들은 상기 결합 서포트의 부분집합에 의해 인덱스된, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법.

청구항 12

제11항에 있어서,

상기 신호 부공간 정보 및 상기 부분집합을 사용하여 상기 결합 서포트 요소의 적어도 하나의 추가적인 요소를 계산하는 동작은, 상기 부분집합 내에 존재하지 않는 인덱스를 갖는 상기 센싱 행렬의 열들 중에서, 상기 증대된 신호 부공간 상으로의 직교 투영이 최대의 유클리드 놈(Euclidean norm)을 갖는 적어도 하나의 열을 찾는 동작을 포함하는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법.

청구항 13

제11항에 있어서,

상기 신호 부공간 정보 및 상기 부분집합을 사용하여 상기 결합 서포트 요소의 적어도 하나의 추가적인 요소를 계산하는 동작은,

상기 결합 서포트의 부분집합 내에서 걸여된 인덱스들을 갖는 상기 센싱 행렬의 열들로부터 상기 증대된 신호 부공간의 직교 여공간으로의 직교 투영이 가장 작은 유클리드 놈을 갖는 적어도 하나의 행을 찾는 동작

을 포함하는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법.

청구항 14

제1항에 있어서,

그리디 서포트 복원 알고리즘에 의해 상기 결합적으로 희소한 신호의 희소성 레벨(sparsity)을 추정하는 동작을 더 포함하는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법.

청구항 15

스냅샷들을 수신하는 동작;

상기 스냅샷들을 사용함으로써 선택된 CS-MMV(Compressed Sensing-Multiple Measurement Vector) 방법에 기반하여 신호 행렬의 서포트의 추정치의 제1 부분집합을 생성하는 동작; 및

상기 스냅샷들 및 상기 제1 서포트들을 사용하여 부공간-기반 방법에 기반하여 상기 신호 행렬의 서포트의 추정치의 제2 부분집합들을 생성하는 동작

을 포함하는, 복수 개의 스냅샷들을 처리하는 방법.

청구항 16

제15항에 있어서,

타겟들의 개수를 추정하는 동작

을 더 포함하고, 상기 제1 부분집합 및 상기 제2 부분집합 내의 요소들의 총 개수는 상기 타겟들의 개수에 대응하는, 복수 개의 스냅샷들을 처리하는 방법.

청구항 17

제15항에 있어서,

상기 제2 부분집합을 생성하는 동작은,

상기 복수 개의 스냅샷들 및 기저 벡터로부터 생성된 행렬의 랭크를 사용하는 동작

을 포함하고, 상기 기저 벡터의 인덱스는 상기 제1 부분집합에 포함되지 않은, 복수 개의 스냅샷들을 처리하는 방법.

청구항 18

복수 개의 스냅샷들을 수신하는 수신 유닛; 및

상기 복수 개의 스냅샷들을 사용함으로써 CS-MMV(Compressed Sensing-Multiple Measurement Vector) 방법에 기반하여 결합 서포트의 추정치의 제1 부분집합을 생성하고, 상기 복수 개의 스냅샷들 및 상기 제1 부분집합을 사용하여 부공간-기반 방법에 기반하여 결합 서포트의 추정치의 제2 부분집합을 생성하는 제어기

를 포함하는, 복수 개의 스냅샷들로부터 결합적으로 희소한 신호들의 결합 서포트를 복원하는 장치.

청구항 19

제18항에 있어서,

상기 제어기는, 타겟들의 개수를 추정하고,

상기 제1 부분집합 및 상기 제2 부분집합 내의 요소들의 총 개수는 상기 타겟들의 개수에 대응하는, 복수 개의 스냅샷들로부터 결합적으로 희소한 신호들의 결합 서포트를 복원하는 장치.

청구항 20

제18항에 있어서,

상기 제어기는, 상기 복수 개의 스냅샷들을 사용하여 생성된 행렬의 랭크, 상기 제1 부분집합 및 디서너리의 기저 벡터에 기반하여 상기 제2 부분집합을 생성하고, 상기 기저 벡터의 인덱스는 상기 제1 부분집합 내에 포함되지 않는, 복수 개의 스냅샷들로부터 결합적으로 희소한 신호들의 결합 서포트를 복원하는 장치.

청구항 21

스냅샷들을 수신하는 동작;

상기 스냅샷들에 의해 구성된 제1 행렬을 생성하는 동작;

CS-MMV 방법에 기반하여 결합적으로 희소한 신호들의 결합 서포트들의 추정치의 제1 부분집합을 생성하는 동작 - 상기 CS-MMV는 상기 제1 행렬을 사용함, 상기 제1 부분집합의 기수는 타겟들의 추정된 개수 및 상기 제1 행렬의 랭크 간의 차에 기반하여 결정됨 -; 및

상기 제1 행렬 및 상기 제1 부분집합에 기반하여 결합적으로 희소한 신호들의 서포트들의 추정치의 제2 부분집합을 생성하는 동작

을 포함하는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 스냅샷들을 처리하는 방법.

청구항 22

제21항에 있어서,

비용 함수의 추정치에 기반하여 미지의 희소성 레벨을 생성하는 동작

을 더 포함하고, 상기 비용 함수의 출력 값은 미리 정의된 범위 내의 입력 값들의 초기 범위의 최소 값인, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 스냅샷들을 처리하는 방법.

명세서

기술분야

- [0001] 아래의 실시예들은 디지털 정보의 처리에 관련되었다.
- [0002]더 상세하게는, 아래의 실시예들은 압축된 센싱에 관련되었고, 신호가 복수 개의 결합적으로 희소한 벡터들(jointly sparse vectors)에게 대응할 때, 복수 개의 측정치 벡터들(measurement vectors)로부터 신호, 이미지, 스펙트럼 또는 다른 관심있는 디지털 객체의 수용가능한-품질(acceptable-quality)을 갖는 재구성(reconstruction)을 가능하게 하는 방법 및 장치에 관련되었다.
- [0003]본 발명은 국립 과학 재단에 의해 수여된 CCF 06-35234번 및 CCF 10-18660번 보조금 하에서의 미국 정부 지원에 의해 이루어진 것이다. 미국 정부는 본 발명에 대한 특정 권리들을 갖는다.
- [0004]본 발명은 한국 정부(MEST) (번호. 2009-0081089)에 의해 펀드된 한국 과학 및 엔지니어링 재단(Korea Science and Engineering Foundation; KOSEF)의 승인에 의한 보조금 하에서의 한국 정부의 지원에 의해 만들어진 것이다.

배경기술

- [0005]신호 및 이미지 센싱 응용들의 넓은 범위에 있어서, 감소된 개수의 측정치(measurement)들을 사용하여 상기 신호를 재구성하거나, 상기 신호에 관한 정보를 추출할 필요가 있다.
- [0006]측정치들의 개수가 미지의 것(unknown)들의 개수보다 더 적으면, 추가적인 정보가 가용하지 않을 경우 상기 신호는 고유하게 결정될 수 없다.
- [0007]압축된 센싱은, 희소성 제약(sparsity constraint)의 이점을 취함으로써, 소위 센싱 행렬(matrix)에 의해 설명되는 선형 변환(linear transformation)을 통해, 미지의 희소 벡터와 관련된 적은 개수의 측정치들을 갖는 측정 벡터로부터 희소 벡터를 재구성하는 것을 목표로 한다. 희소 벡터는 컴퍼넌트들 중 단지 일부만이 0이 아닌 벡터이다.
- [0008]희소성 제약에 덕분에, 결정하기에 불충분한(underdetermined) 선형 시스템 조차 고유한 해(solution)를 가질 수 있다.
- [0009]압축된 센싱은 2006년 2월 9일 발행된 미국 특허 출원 "Method and Apparatus For Compressed Sensing"에서 설명되었다. 상기 출원은 제반 목적들을 위해 참조에 의해 포함되고, 압축된 센싱을 사용하여 디지털 신호 또는 이미지를 추정하기 위한 방법을 제공한다.

- [0010] 관련된 응용(application)은 희소 코딩이다. 희소 코딩은 딕셔너리(dictionary)라고 알려진 벡터들의 컬렉션(collection)에서 나온 소수의 벡터들의 선형 조합에 의해, 주어진 벡터에 대한 간결한(succinct) 표현 또는 근사(approximation)를 계산한다. 딕셔너리 내의 벡터들은 아톰(atom)들이라고 불린다.
- [0011] 선형 시스템으로의 희소 근사 해를 계산하는 문제는, 통계적인 회귀(statistical regression) 및 신호 처리 내의 응용들과 함께, 행렬 계산에서의 부분집합(subset) 선택 문제로서 연구되었다.
- [0012] 이러한 다양한 문제들에 있어서, 서포트(support)를 식별하는 것이 극히 중요하다(essential). 서포트는 희소 해에 기여하는(contribute) 아톰들의 인덱스들의 집합이다. 서포트를 식별하는 문제는 희소 서포트 복원 문제로서 알려졌다.
- [0013] 몇몇 응용들에 있어서, 다중 측정 벡터들이 있으며, 스냅샷(snapshot)들이라고 불린다. 각 스냅샷은 상이한 미지의 벡터에 대응한다. 스냅샷들은 모든 미지의 벡터들이 공통 서포트를 공유한다는 특별한 속성(property)를 갖는다.
- [0014] 이러한 결합(joint) 구조에 관련된 상기의 희소 해들 내에서의 희소 복원 문제는 일반적으로 결합 희소 복원 또는 다중 측정 벡터(multiple measurement vector; MMV) 문제라고 불린다. 많은 경우에 있어서, 상기의 희소 복원 문제는 단일 측정 벡터(single measurement vector; SMV)를 갖는 희소 복원 문제보다 더 해결하기 쉬운 문제이며, 더 정확한 결과를 제공할 수 있다.
- [0015] 1990년대 중반, Bresler 및 Feng은 "스펙트럼-블라인드 샘플링(spectrum-blind sampling)"을 소개하였다. (P. Feng and Y. Bresler, Spectrum-blind minimum-rate sampling and reconstruction of multiband signals, Proc. ICASSP, 1996, and P. Feng, Universal minimum-rate sampling and spectrum-blind reconstruction for multiband signals, PhD thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1997) -- 첫 번째 압축된 샘플링 스킴 및 이론.
- [0016] 그들의 스킴은 미지의, 그러나 최소한 스펙트럼 서포트를 가지고 멀티-밴드(multi-band) 신호들(하나 이상의 차원들 내에서의, 아날로그(analog) 또는 이산(discrete))의 부-나이퀴스트(sub-Nyquist) 최소-비율(minimum-rate) 샘플링 및 완벽한 재구성을 가능하게 한다. 그들은 스펙트럼-블라인드 재구성 문제를 유한-차원 결합 희소 복원 문제로 축소시켰다.
- [0017] Rao 등은 결합 희소 복원 공식(formulation) 및 희소 브레인(brain) 자극(excitation)들의 복원을 위한 방법들을 소개하였다. ((cf. (B.D. Rao and K. Kreutz-Delgado Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors, Proc. IEEE DSP Workshop, 1998), 및 상기 문헌 내의 참조들)
- [0018] Malioutov 등은 결합 희소 복원 문제로서 센서 어레이 프로세싱(sensor array processing)에서의 도래 방향(direction of arrival; DOA) 추정의 문제를 공식화하였다. (D. Malioutov, M. Cetin, and A. Willsky, "A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays," IEEE Trans. Signal Process., vol. 53, no. 8, pp. 3010--3022, Aug. 2005) 그들은 이러한 문제에 있어서, 일반적으로 적은 개수의 소스(source)들에 대하여, 양자화된(quantized) 도래 각(arrival of angles)들의 지시자 함수(indicator function)은 최소한 것으로 모델될 수 있다는 사실을 이용하였다.
- [0019] Obozinski 등은 다변수의(multivariate) 회귀(regression) 내에서의 변수 선택의 문제를 결합 희소 복원 문제로서 공식화하였다(formulated). (G. Obozinski, B. Taskar, and M. Jordan, "Joint covariate selection and joint subspace selection for multiple classification problems," Statistics and Computing, vol. 20, no. 2, pp. 231--252, 2010)
- [0020] 그들의 공식 내에서, 결합 희소 복원 문제의 선형 시스템 행렬에 대응하는 회귀(regression) 내에서의 디자인 행렬 및 주어진 데이터에 주로(mostly) 기여하는 변수들의 인덱스들의 집합은 최소한 것으로 가정된다.
- [0021] 결합 희소 복원 문제가 대두되는 다양한 응용을 가리키기 위해, 이러한 문제 내의 구조를 이용(exploit)하기 위한 알고리즘들이 개발(develop)되어왔다.
- [0022] 이론적으로, 소위 ℓ_0 최소화(minimization)에 대응하는, CS 내에서의 SMV 문제와 같이, 일반적으로 결합적으로 최소한 신호들을 복원하는 문제는 NP-하드(hard)이다. 이에 대하여, 풀 랭크(full rank)를 갖는 미지의 신호 행렬 내의 비-0(nonzero) 열들이 존재하는 경우를 위해, Bresler 및 Feng은, 그들의 논문(P. Feng and Y. Bresler, Spectrum-blind minimum-rate sampling and reconstruction of multiband signals, Proc. ICASSP,

1996, P. Feng, Universal minimum-rate sampling and spectrum-blind reconstruction for multiband signals, PhD thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1997, Y. Bresler and P. Feng, "Spectrum-blind minimum-rate sampling and reconstruction of 2-d multiband signals," in Proc. ICIP에서, Schmidt에 의해 개발된, 센서 어레이 프로세싱을 위한 다중 신호 분류(Multiple Signal Classification; MUSIC) 알고리즘의 일 버전(version)을 사용할 것을 제안하였다. (R. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 34, no. 3, pp. 276--280, 1986를 참조한다.)

[0023] Bresler 및 Feng은 또한 동일한 응용들에서 이전에 언급된(mentioned) 그리디(greedy) 검색 또는 그리디 추구(pursuit)(직교(orthogonal) 매칭(matching) 추구의 정규화된(normalized) 버전)에 기반한 방법들을 제안하였다. 상기의 그리디 검색 또는 그리디 추구는 DOA 추정에 있어서의 교차(alternating) 투영(projection)들 알고리즘에 의해 고양된 것이다. (I. Ziskind and M. Wax, "Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process., vol. 36, no. 10, pp. 1553--1560, 1988) 이후, 이러한 방법들은 직교 최소 제곱법(orthogonal least squares; OLD)이라고 칭해졌다(dub). (S. Chen, S. Billings, and W. Luo, "Orthogonal least squares methods and their application to non-linear system identification," International Journal of Control, vol. 50, no. 5, pp. 1873--1896, 1989).

[0024] 결합 최소 복원을 위한 효율적인 해법들로서, 직교 매칭 추구(Orthogonal matching pursuit; OMP)의 변종들(Y. Pati, R. Rezaifar, and P. Krishnaprasad, "Orthogonal matching pursuit: recursive function approximation with applications to wavelet decomposition," in Proc. Asilomar Conf. on Signals, Systems, and Computers, 1993)가 제안되었다. 상기의 변종들은 MMV 직교 매칭 추구(MMV orthogonal matching pursuit; M-OMP) S. Cotter, B. Rao, K. Engan, and K. Kreutz-Delgado, "Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors," IEEE Trans. Signal Process., vol. 53, no. 7, pp. 2477--2488, Jul. 2005), 동시 직교 매칭 추구(simultaneous orthogonal matching pursuit; S-OMP) (J. Tropp, A. Gilbert, and M. Strauss, "Algorithms for simultaneous sparse approximation. Part I: Greedy pursuit," Signal Processing, vol. 86, no. 3, pp. 572--588, 2006) 및 p -OMP(R. Gribonval, H. Rauhut, K. Schnass, and P. Vandergheynst, "Atoms of all channels, unite! Average case analysis of multi-channel sparse recovery using greedy algorithms," Journal of Fourier analysis and Applications, vol. 14, no. 5, pp. 655--687, 2008)를 포함한다.

[0025] 계산의 측면에서 가장 단순한 알고리즘들 중 하나로, p -문턱치(threshold) 알고리즘은 실제의(actual) 서포트 집합이 될 측정된 스냅샷들과 가장 상관된(correlated) 센싱 행렬의 k 개의 열들의 인덱스들을 추정함으로써 동작한다. (R. R. Gribonval, H. Rauhut, K. Schnass, and P. Vandergheynst, "Atoms of all channels, unite! Average case analysis of multi-channel sparse recovery using greedy algorithms," Journal of Fourier analysis and Applications, vol. 14, no. 5, pp. 655--687, 2008.를 참조)

[0026] 기저 추구(basis pursuit)와 같은, ℓ_1 놈(norm)으로의 ℓ_0 놈의 볼록(convex) 이완(relaxation)을 사용하는 최적화(optimization) 스킴들 및 LASSO는 단일 측정 벡터(single measurement vector; SMV) 케이스를 위한 압축된 센싱을 위한 재구성 알고리즘들로서 성공적으로 채용되었다. 또한, 상기 아이디어는 MMV 케이스로 확장되었다.

[0027] 특히, 혼합된(mixed) 놈으로 알려진, 다양성 측정들을 갖는 이완-기반의 최적화 공식화(formulation)들이 연구되었다. (다음을 참조한다 : D. Malioutov, M. Cetin, and A. Willsky, "A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays," IEEE Trans. Signal Process., vol. 53, no. 8, pp. 3010--3022, Aug. 2005, S. Cotter, B. Rao, K. Engan, and K. Kreutz-Delgado, "Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors," IEEE Trans. Signal Process., vol. 53, no. 7, pp. 2477--2488, Jul. 2005, J. Tropp, "Algorithms for simultaneous sparse approximation. Part II: Convex relaxation," Signal Processing, vol. 86, no. 3, pp. 589--602, 2006, J. Chen and X. Huo, "Theoretical results on sparse representations of multiple-measurement vectors," IEEE Trans. Signal Process., vol. 54, no. 12, pp. 4634--4643, Dec. 2006 G. Obozinski, M. Wainwright, and M. Jordan, "Support union recovery in high-dimensional multivariate regression," Annals of Statistics.)

- [0028] 상기의 논문(D. Malioutov, M. Cetin, and A. Willsky, "A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays," IEEE Trans. Signal Process., vol. 53, no. 8, pp. 3010--3022)에서, Malioutov 등의 저자들은 ℓ_1 -SVD로 불리는 알고리즘을 제안하였고, 소스 지역화(source localization) 및 DOA 추정의 문맥하에서의, 결합 회소 복원을 위한 ℓ_1 -SVD 알고리즘의 경험적인(empirical) 성능을 연구하였다.
- [0029] 논문(S. Cotter, B. Rao, K. Engan, and K. Kreutz-Delgado, "Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors," IEEE Trans. Signal Process., vol. 53, no. 7, pp. 2477--2488, Jul. 2005)에서, Cotter 등의 저자들은 비-볼록(nonconvex) 다양성 추정을 최소화함으로써 동작하는 MMV-포칼(focal) 비결정된 시스템 해(MMV-Focal Underdetermined System Solution; MMV-FOCUSS)를 제안하였다. 또한, Cotter 등의 저자들은 MMV-FOCUSS가 지역 최소값에 수렴한다는 것을 보였다.
- [0030] "Method and apparatus for distributed compressed sensing,"의 제목을 갖고 2009년 3월 31일 발행된 Barniuk 등의 미국 특허 번호. 7,511,643은, 스냅샷들이 상이한 센서들로부터 획득되고, 상이한 센싱 행렬들을 가질 때, 결합적으로 회소한 신호들의 복수 개의 측정값들(스냅샷들)을 처리하기 위한 방법들을 제공한다.
- [0031] 임의의 방법에 있어서, 그것에 대해 가용한 성능 품질 보장(guarantee)은 별론으로, 그것의 경험적인 성능 - 계산 비용은 기초의 중요한 것(key importance)이다.
- [0032] 경험적으로, 다양성 측정들을 사용하는 최적화 스킴들은 그리디 알고리즘들 보다 더 낮은 성능을 보인다.
- [0033] 특히, 결합 회소 복원의 성공률(success rate)은, 미지의 결합적으로 회소한 신호 행렬의 특정 레벨을 넘어서 (beyond) 증가한 랭크(rank)만큼 향상되지 않는다.
- [0034] 유사하게, 미지의 결합 회소 신호 행렬의 랭크 결여(rank deficiency) 또는 악 조건(ill conditioning)과 같은, 불리한(unfavorable) 세팅(setting)들 하에서, 결합 회소 복원을 위한 존재하는 알고리즘들은, 실패하지 않음에 불구하고, 복원이 될 수 있는 결합 회소성 레벨에 대한 이론적인 대수학의 경계(theoretical algebraic bound)를 달성하는 것과는 거리가 멀다. 이러한 사실은, Chen 및 Huo에 의해 설립되었다. (J. Chen and X. Huo, "Theoretical results on sparse representations of multiple-measurement vectors," IEEE Trans. Signal Process., vol. 54, no. 12, pp. 4634--4643, Dec. 2006)
- [0035] 최적화 스킴들이 그리디 알고리즘들에 비해 경험적으로 더 낮은 성능을 보이는 반면에, 이러한 향상된 성능은 더 높은 계산 비용을 불러온다.
- [0036] ℓ_1 -SVD 및 그룹 LASSO에서 채용된 것과 같은 볼록 다양성 측정들에 있어서, 최적화는 2차 원뿔 프로그래밍(second order cone programming; SOCP)의 꼴로 만들어질(cast) 수 있다. (D. Malioutov, M. Cetin, and A. Willsky, "A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays," IEEE Trans. Signal Process., vol. 53, no. 8, pp. 3010--3022, Aug. 2005)
- [0037] 그러나, SOCP를 위한 2차 및 1차 양자의 반복적(iterative) 알고리즘들은 각각 빈약한(poor) 확장성(scalability) 및 느린 수렴 비율로 인한 곤란을 겪는다. 반면, 그리디 알고리즘들 및 MUSIC에 있어서의 단계(step)들의 개수는 회소성 레벨에 종속하는 유한한 수이다. 이러한 유한 수는 이러한 알고리즘들을 계산적인 측면에서 관심을 끌게 한다.
- [0038] 결합 회소 복원을 위해 존재하는 알고리즘들의 다양한 결점들의 관점에서, MUSIC은, 그것이 동작할 때, 매우 매력적이다.
- [0039] 미지의 결합적으로 회소한 신호 벡터들의 비-0(nonzero) 행들로 구성된 행렬이 풀(full) 랭크를 가지는, 유리한(favorable) 세팅 내에서, MUSIC은 행-서포트(row-support)를 복원하는 것을 보장하며, 따라서 대수학의 경계를 달성한다. 더욱이, MUSIC은 매우 계산적인 측면에서 효율적이다.
- [0040] 그러나, 풀 랭크 조건은 종종 현실에서 위배된다. 예를 들면, 스냅샷들의 개수 N 이 회소성 레벨 k 보다 작을 때, N 미만의 행들이 선형적으로 독립일 수 있고, 비-0 행들은 랭크 결여일 수 있다.
- [0041] 예컨대, 스펙트럼-블라인드 샘플링 또는 DOA 문제와 같은, 다른 응용들에서, N 은 크거나, 심지어 무한대일 수

있다. 비록 이러한 경우에도 불구하고, 랭크는 k 보다 작을 수 있고, 또는 비-0 행들로 구성된 부행렬(submatrix)의 조건 수(condition number)는 매우 클 수 있다. 소스들간의 결합성(coherence) 또는 멀티패스(multipath) 프로퍼게이션(propagation)에 기인하여 후술된 상황이 발생할 수 있다.

- [0042] MUSIC은 이러한 실제적으로 중요한 랭크-결여된(rank-deficient) 경우에서 실패한다는 것이 잘 알려져 있다. 또한, 이러한 실패는 이러한 문제를 극복하기 위한, 실행 불가능한(infeasible) 다-차원(multi-dimensional) 검색(search)에 의지하지 않는, 수 많은 시도들을 고양하였다(motivated).
- [0043] 그러나, 이러한 모든 이전의 방법들은, T.-J. Shan 등에 의해 설명된 것처럼, 이른바 공간적인 평탄화(spatial smoothing)를 적용하는 것을 가능하게 하는 쉬프트 불변(shift invariance)과 같은 선형 시스템의 특별한 구조를 사용한다. (T.-J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process., vol. 33, no. 4, pp. 806--811, 1985)
- [0044] 따라서, MUSIC의 이전의 확장들은 일반적인 결합 희소 복원 문제에 적용될 수 없다.
- [0045] 종합하면, MUSIC 알고리즘은 결합적으로 희소한 행렬의 랭크가 충분히 높을 때에만 재구성을 위해 사용될 수 있다. 반면, CS-MMV 알고리즘으로서 집단적으로 언급된, 상기의 그리디 또는 최적화-기반의 알고리즘들은 신호 행렬의 랭크에 무관하게 재구성을 위해 쓰일 수 있다.
- [0046] 그러나, CS-MMV 알고리즘들에 의해 회복(recover)될 수 있는 희소성 레벨은, 특히 결합적으로 희소한 신호 행렬의 랭크가 높을 때, 대수학적인(algebraic) l_0 경계에 의해 이론적으로 예측된 값에 접근하지(approach) 않는다.
- [0047] 더욱이, 최적화-기반 방법들이 그리디 알고리즘들에 비해 더 낮은 성능을 보임에도 불구하고, 최적화-기반 방법들의 계산 비용은 훨씬 더 높다.
- [0048] 이후, 간결성(brevity)를 위해, 또한 센서 어레이 프로세싱 학문(literature)에서 사용되는 용어(terminology)와의 일치성(consistency)을 위해, 신호의 희소성 레벨(즉 비-0 컴포넌트들의 개수), 동등하게는(equivalently) 희소 신호의 서포트 내의 요소(element)들의 개수는 타겟(target)들의 개수로 언급(refer)된다.

발명의 내용

해결하려는 과제

- [0049] 본 발명의 일 실시에는 복수 개의 스냅샷들로부터 결합적으로 희소한 서포트를 복원하는 방법 및 장치를 제공할 수 있다.
- [0050] 본 발명의 일 실시에는 CS-MMV 스킴을 사용한 부분 서포트 복원 및 보완적인 서포트 복원을 수행하는 방법 및 장치를 제공할 수 있다.

과제의 해결 수단

- [0051] 본 발명의 일 측에 따르면, 결합적으로 희소한 신호들(jointly sparse signals)의 복수 개의 측정치 벡터(measurement vectors)들로부터 신호 부공간 정보(signal subspace information)를 추출하는 동작, 상기 복수 개의 측정치 벡터들을 사용하여 적어도 하나의 결합 서포트(joint support)의 요소를 갖는 부분집합을 계산하는 동작 및 상기 신호 부공간 정보 및 상기 부분집합을 사용하여 상기 결합 서포트 요소의 적어도 하나의 추가적인 요소를 계산하는 동작을 포함하는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법이 제공된다.
- [0052] 상기 측정치들은 적어도 하나의 센서로부터 획득될 수 있다.
- [0053] 상기 신호 부공간 정보는 상기 신호 부공간의 차원, 상기 신호 부공간을 확장(span)하는 기저(basis), 상기 신호 부공간 상으로의 투영(projection), 상기 신호 부공간의 직교 여공간(orthogonal complement)에 대한 기저 또는 상기 신호 부공간의 직교 여공간 상으로의 투영 중 적어도 하나를 포함할 수 있다.
- [0054] 상기 신호 부공간 정보의 추출은 고유치 분해(Singular Value Decomposition; SVD), 주 컴퍼넌트 분석(Principal Component Analysis; PCA) 또는 강인한(robust) PCA에 의해 수행될 수 있다. 상기 복수 개의 측정치

벡터들을 사용하여 적어도 하나의 결합 서포트 요소를 갖는 부분집합을 계산하는 동작은, 상기 신호 부공간 정보를 사용할 수 있다.

- [0055] 상기 복수 개의 측정치 벡터들을 사용하여 적어도 하나의 결합 서포트 요소를 갖는 부분집합을 계산하는 동작은, 서포트 복원을 위한 그리디 CS-MMV 알고리즘(greedy algorithm)을 부분적으로 수행하는 것(partial execution)을 포함할 수 있다.
- [0056] 상기 복수 개의 측정치 벡터들을 사용하여 적어도 하나의 결합 서포트 요소를 갖는 부분집합을 계산하는 동작은, 서포트 복원을 위한 방법으로부터 획득된 상기 서포트의 부분 집합을 취하는 동작을 포함할 수 있다.
- [0057] 상기 복수 개의 측정치 벡터들을 사용하여 적어도 하나의 결합 서포트 요소를 갖는 부분집합을 계산하는 동작은, 결합적으로 희소한 신호 복구 스킴에 따라 획득된 신호 추정치들의 절대값(magnitude)들의 척도(measure)를 분류(thresholding)함으로써 수행될 수 있다.
- [0058] 상기 복수 개의 측정치 벡터들을 사용하여 적어도 하나의 결합 서포트 요소를 갖는 부분집합을 계산하는 동작은, 서포트의 복수 개의 후보 집합들을 생성하기 위해 반복될 수 있다.
- [0059] 상기 신호 부공간 정보 및 상기 부분집합을 사용하여 상기 결합 서포트 요소의 적어도 하나의 추가적인 요소를 계산하는 동작은, 증대된(augmented) 신호 부공간을 사용할 수 있고, 상기 증대된 신호 부공간은 센싱 행렬의 열들에 의해 팽창(spanned)된 상기 부공간에 의한 신호 부공간 추정치의 증대(augmentation)에 의해 형성될 수 있다. 상기 센싱 행렬의 열들은 상기 결합 서포트의 부분집합에 의해 인덱스될 수 있다.
- [0060] 상기 신호 부공간 정보 및 상기 부분집합을 사용하여 상기 결합 서포트 요소의 적어도 하나의 추가적인 요소를 계산하는 동작은, 상기 센싱 행렬의 상기 부분집합 내에 존재하지 않는 인덱스를 갖는 열들 중에서, 상기 증대된 신호 부공간 상으로의 직교 투영이 최대의 유클리드 놈(Euclidean norm)을 갖는 적어도 하나의 열을 찾는 동작을 포함할 수 있다.
- [0061] 상기 신호 부공간 정보 및 상기 부분집합을 사용하여 상기 결합 서포트 요소의 적어도 하나의 추가적인 요소를 계산하는 동작은, 상기 결합 서포트의 부분집합 내에서 결여된(absent) 인덱스들을 갖는 상기 센싱 행렬의 열들로부터 상기 증대된 신호 부공간의 직교 여공간으로의 직교 투영이 가장 작은 유클리드 놈을 갖는 적어도 하나의 행을 찾는 동작을 포함할 수 있다. 상기 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보를 추출하는 방법은, 그리디 서포트 복원 알고리즘에 의해 상기 결합적으로 희소한 신호의 희소성 레벨(sparsity)을 추정하는 동작을 더 포함할 수 있다.
- [0062] 본 발명의 다른 일 측면에 따르면, 스냅샷들을 수신하는 동작, 상기 스냅샷들을 사용함으로써 선택된 CS-MMV(Compressed Sensing-Multiple Measurement Vector) 방법에 기반하여 해 행렬의 제1 서포트들을 생성하는 동작 및 상기 스냅샷들 및 상기 제1 서포트들을 사용하여 부공간-기반 방법에 기반하여 상기 해 행렬의 제2 서포트들을 생성하는 동작을 포함하는, 복수 개의 스냅샷들을 처리하는 방법이 제공된다.
- [0063] 상기 복수 개의 스냅샷들을 처리하는 방법은, 타겟들의 개수를 추정하는 동작을 더 포함할 수 있고, 상기 제1 부분집합 및 상기 제2 서포트 내의 원소들의 총 개수는 상기 타겟들의 개수일 수 있다.
- [0064] 상기 제2 부분집합을 생성하는 동작은, 상기 스냅샷들을 사용하여 생성된 행렬의 랭크 및 상기 제1 부분집합 내에 포함되지 않은 디셔너리(dictionary)의 기저 벡터를 사용하는 동작을 포함할 수 있다. 상기 제2 부분집합은 보완적인 서포트(complementary support)일 수 있다.
- [0065] 본 발명의 또 다른 일 측면에 따르면, 스냅샷들을 수신하는 수신 유닛 및 상기 스냅샷들을 사용함으로써 CS-MMV(Compressed Sensing-Multiple Measurement Vector) 방법에 기반하여 결합 서포트의 추정치의 제1 부분집합을 생성하고, 상기 스냅샷들 및 상기 제1 부분집합을 사용하여 부공간-기반 방법에 기반하여 상기 결합 서포트의 추정치의 제2 부분집합을 생성하는 제어기를 포함하는, 복수 개의 스냅샷들로부터 결합적으로 희소한 신호들을 복원하는 장치가 제공된다.
- [0066] 상기 제어기는, 타겟들의 개수를 추정할 수 있고, 상기 제1 부분집합과 및 상기 제2 부분집합 내의 원소들의 총 개수는 상기 타겟들의 개수일 수 있다.
- [0067] 상기 제어기는, 상기 복수 개의 스냅샷들을 사용하여 생성된 행렬의 랭크, 상기 제1 부분집합 및 디셔너리(dictionary)의 기저 벡터에 기반하여 상기 제2 부분집합을 생성할 수 있다.
- [0068] 상기 기저 벡터의 인덱스는 상기 제1 부분집합에 포함되지 않을 수 있다.

[0069] 본 발명의 또 다른 일측에 따르면, 스냅샷들을 수신하는 동작, 상기 스냅샷들에 의해 형성된 제1 행렬을 생성하는 동작, CS-MMV 방법에 기반하여 결합적으로 희소한 신호들의 결합 서포트의 추정치의 제1 부분집합을 생성하는 동작 - 상기 CS-MMV는 상기 제1 행렬을 사용함. 상기 제1 부분집합 내의 요소들의 개수는 추정된 타겟들의 개수 및 상기 제1 행렬의 랭크 간의 차에 기반하여 결정됨 - 및 상기 행렬 및 상기 제1 부분집합에 기반하여 상기 결합적으로 희소한 신호들의 추정된 결합 서포트들의 제2 부분집합을 생성하는 동작을 포함하는, 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 스냅샷들을 처리하는 방법이 제공된다.

[0070] 상기 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 스냅샷들을 처리하는 방법은, 비용 함수에 기반하여 미지의 희소성 레벨의 추정값을 생성하는 동작을 더 포함하할 수 있다.

[0071] 상기 비용 함수의 출력 값은 미리 정의된 범위 내에서의 최소 값에 대응할 수 있다.

발명의 효과

[0072] 복수 개의 스냅샷들로부터 결합적으로 희소한 서포트를 복원하는 장치 및 방법이 제공된다.

[0073] CS-MMV 접근방법을 사용한 부분 서포트 복원 및 보완적인 서포트 복원을 수행하는 방법 및 장치가 제공된다.

도면의 간단한 설명

[0074] 도 1은 본 발명의 일 예에 따른 센서(들)을 사용하여 결합적으로 희소한 신호들의 측정치들을 취하는 프로세스를 도시하는 다이어그램(diagram)이다.

도 2는 본 발명의 일 예에 따른 결합적으로 희소한 신호 벡터들로부터 측정치 벡터들, 즉 스냅샷들을 생성하는 선형 모델을 도시하는 다이어그램이다.

도 3은 본 발명의 일 예에 따른 측정치로부터 신호들을 재구성하는 프로세스를 도시하는 블록 다이어그램이다.

도 4는 본 발명의 일 예에 따른 도 3의 첫 번째 블록을 더욱 상세하게 도시하는 블록 다이어그램이다.

도 5는 본 발명의 일 예에 따른 SA-MUSIC의 성능을 다른 알려진 방법들과 비교하는 수치 실험들을 보인다.

도 6은 본 발명의 일 예에 따른 SA-MUSIC의 성능을 다른 알려진 방법들과 비교하는 다른 수치 실험들을 보인다.

도 7은 본 발명의 일 예에 따른 CS-MUSIC의 성능을 다른 알려진 방법들과 비교하는 수치 실험들을 성능을 보인다.

도 8은 본 발명의 일 예에 따른 희소도 추정 동작을 위한 비용 함수의 예를 보인다.

도 9는 본 발명의 일 실시예에 따른 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치들(스냅샷들)을 처리하기 위한 장치의 구조도이다.

발명을 실시하기 위한 구체적인 내용

[0075] 이하에서, 본 발명의 일 실시예를, 첨부된 도면을 참조하여 상세하게 설명한다. 그러나, 본 발명이 실시예들에 의해 제한되거나 한정되는 것은 아니다. 각 도면에 제시된 동일한 참조 부호는 동일한 부재를 나타낸다.

[0076] 실수-값을 가진(real-valued) 신호들 및 행렬들이 실시예로서 사용된다. 그러나, 본 발명의 실시예들은, 단순히 실수 \mathbb{R} 을 복소수 \mathbb{C} 로 대체하고, T (트랜스포즈, transpose)를 H (에르미트 트랜스포즈, Hermitian transpose)로 대체함으로써, 복소수-값을 가진(complex-valued) 신호들 및 행렬들에게도 동등하게 잘 적용된다.

[0077] 도 1은 본 발명의 일 예에 따른 센서(들)을 사용하여 결합적으로 희소한 신호들의 측정치들을 취하는 프로세스를 도시하는 다이어그램(diagram)이다.

[0078] 도 1에서 결합적으로 희소한 신호들의 복수 개의 측정치들을 획득하는 센싱 시스템의 일 예가 도시되었다.

[0079] 미지의 결합적으로 k -희소한 신호들은 행렬 $X \in \mathbb{R}^{m \times N}$ 의 열들로서 배치되었다.

[0080] 센서(들)(110)은 미지의 결합적으로 k -희소한 신호들을 획득한다. 즉, 적어도 하나의 센서들로부터 측정치들이 획득될 수 있다.

[0081] 스냅샷들은 상기의 결합적으로 희소한 신호들의 선형 측정치들을 나타내고, 행렬 $Y \in \mathbb{R}^{m \times N}$ 의 열들로서 배치되었다.

[0082] 전처리(120)는 미지의 결합적으로 k -희소한 신호들의 초기의 측정치들을 전처리하여, 희소한 신호들의 선형 측정치들을 생성한다.

[0083] 가능한 전처리(processing) 후에, 스냅샷들은 하기의 수학적 1과 같은 모델에 의해 미지의 결합적으로 k -희소한 신호들과 연관된다.

수학적 1

$$Y = AX + W$$

[0084]

[0085] 여기서, $A = [a_1, \dots, a_n] \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 는 알려진 센싱 행렬이고, $W \in \mathbb{R}^{m \times N}$ 는 미지의 혼란의 원인 (perturbation)이다. 수학적 1의 모델은 도 2를 참조하여 더 상세히 설명된다.

[0086] 도 2는 본 발명의 일 예에 따른 결합적으로 희소한 신호 벡터들로부터 측정치 벡터들, 즉 스냅샷들을 생성하는 선형 모델을 도시하는 다이어그램이다.

[0087] 벡터 $x \in \mathbb{R}^n$ 의 서포트는 x 의 비-0 컴포넌트들의 인덱스들의 집합이다.

[0088] 유사하게, 행렬 X 의 결합 서포트는 X 의 비-0 행들의 인덱스들의 집합이다.

[0089] X 의 열들이 상이한 서포트들을 가질 때, 결합 서포트는 모든 행들의 서포트들의 합집합(union)을 나타낸다.

[0090] 본 발명의 일 실시예는 신호들이 특정 디셔너리(dictionary) 또는 기저(basis) $D \in \mathbb{R}^{m \times d}$ 에 걸쳐(over) 결합적으로 희박한 경우에도 적용될 수 있다. 즉, $X = DZ$ (여기서, $Z \in \mathbb{R}^{d \times N}$)은 결합적으로 k -희소이다.

[0091] 이러한 경우, 조합 AD 를 수학적 1에서의 A 를 대체하는 센싱 행렬로 간주하고, Z 를 X 를 대체하는 미지의 희소 벡터들로 간주함으로써, 서포트 복원에서 나타나는(arise) 선형 시스템은 수학적 1로 축소된다.

[0092] 이러한 의미에서, 신호들이 희소인지 또는 디셔너리 또는 기저에 걸쳐 희소 표현을 갖는지는 중요하지 않다.

[0093] 결합적으로 희소한 서포트 복원의 목표는 X 의 결합 서포트를 추정하는 것이다. 이는 센서 어레이 프로세싱에서의 도래 방향 추정과 같은 응용들에서의 궁극적인 목표일 수 있다. (D. Malioutov, M. Cetin, and A. Willsky, "A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays," IEEE Trans. Signal Process., vol. 53, no. 8, pp. 3010–3022, Aug. 2005)

[0094] X 자체의 추정을 획득하는 것이 요구되는 응용들에서, 일단 서포트가 추정되면, X 의 비-0 열들을 포함하는 행렬 Ψ 의 재구성은, $\hat{J} = \{j_1, \dots, j_k\}$ 이 추정된 서포트일 때, 부행렬(submatrix) $A_j = [a_{j_1}, \dots, a_{j_k}]$ 을 갖

$$\min_{\Psi} \|Y - A_j \Psi\|_F^2$$

는, 통상적인 최소 제곱들 문제로서 공식화된다.

[0095] 이러한 문제의 해법은 선형 최소-제곱들 문제들을 위한 임의의 알려진 효율적인 수치(numerical) 방법들을 채용할 수 있다. X 의 추정을 위한 이러한 2-단계 프로시듀어가 도 3에서 도시되었다.

[0096] 도 3은 본 발명의 일 예에 따른 측정치로부터 신호들을 재구성하는 프로세스를 도시하는 블록 다이어그램이다.

- [0097] 우선, 서포트 정보가 측정치들로부터 복원된다(310), 다음으로, 상기의 서포트 정보를 사용함으로써 신호가 복원된다(320).
- [0098] 도 4는 본 발명의 일 예에 따른 도 3의 첫 번째 블록을 더욱 상세하게 도시하는 블록 다이어그램이다.
- [0099] 서포트 복원은 두 단계들에 의해 수행될 수 있다. : 1) 부분(partial) 서포트 복원 및 2) 보완적인(complementary) 서포트 복원.
- [0100] 양 단계들은 측정치 벡터들에 의해 확장된(spanned) 신호 부공간의 추정된 정보를 활용한다(exploit). 특히, 부분 서포트 복원의 첫 단계가 부공간 정보에 의해 명시된(specified) 특정 크기의 서포트의 부분집합을 성공적으로 제공하면, 보완적인 서포트 복원은 더 간단한 문제로 감축된다.
- [0101] 우선, 하기의 3 단계들로 각각 구성된 실시예(embodiment)들의 족(family)이 개시(present)된다. : 1) 신호 부공간(subspace) 추정 동작(410), 2) 부분 서포트 복원 동작(420), 3) 보완적인 서포트 복원 동작(430)
- [0102] 하나 이상의 예시적인 구현들과 함께 각 동작의 세부사항(detail)들이 설명된다. 실시예들은 하기에서 설명되는 각 단계를 위한 구현들의 임의의 조합이 될 수 있다.
- [0103] 신호 부공간 추정 동작(410)
- [0104] 신호 부공간은 AX 의 열들에 의해 확장된 \mathbb{R}^n 의 부공간이다.
- [0105] 후술될 것처럼, 신호 부공간에 대한 정보는 신호 부공간의 차원, 신호 부공간을 확장(span)하는 기저(basis), 상기 신호 부공간 상으로의 투영(projection), 상기 신호 부공간의 직교 여공간(orthogonal complement)에 대한 기저 또는 상기 신호 부공간의 직교 여공간 상으로의 투영 중 적어도 하나를 포함할 수 있다.
- [0106] 신호 부공간 추정 동작(410)은, 결합적으로 최소한 신호의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 신호 부공간 정보를 추출한다.
- [0107] 신호 부공간 추정 단계(410)는 하기의 인자(argument)들을 수신한다.
- [0108] 1) 희소성 레벨 k : 이는 추정될 서포트의 크기이다.
- [0109] 2) 센싱 행렬 A : 선형 측정치들 Y 가 미지의 신호들 X 에 어떻게 관련되었는지를 설명한다.
- [0110] 3) 스냅샷들의 행렬 Y
- [0111] 여기서, 파라미터 k 는 미리-명시될(pre-specified) 수 있으며, Y 로부터 추정될 수 있다. Y 로부터의 파라미터 k 의 추정은 나중에 설명된다.
- [0112] k 가 주어졌을 때, 신호 부공간의 차원 r 은 $r \leq k$ 에 의해 제약된다.
- [0113] 즉, 동작(410)은 스냅샷들을 수신할 수 있다. 또한, 수신된 스냅샷들에 의해 형성된 행렬이 생성될 수 있다.
- [0114] 예를 들면, "Schmidt, IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 34, no. 3, pp. 276--280, 1986"에 의해 가르쳐진 것 같이, 신호 부공간의 추정을 계산하는 하나의 방식은 주 컴퍼넌트 분석(Principal Component Analysis; PCA) (Jolliffe, Principal Component Analysis, Springer-Verlag, 1986) 또는 행렬 Y 의 고유치 분해(Singular Value Decomposition; SVD)이다.
- [0115] 즉, 신호 부공간 정보의 추정은 고유치 분해 또는 주 컴퍼넌트 분석에 의해 수행될 수 있다.
- [0116] 차원 r 은 다른 고유치들에 대해 우세한(dominate) Y 의 가장 큰 고유치들의 개수에 의해 결정된다. 혼란의 원인이 확장된(scaled) 단위 행렬(identity matrix)과 동일한(equal) 공분산(covariance)을 갖는 화이트 노이즈인 것으로 추정(assume)되는 특별한 경우에서, 차원은 유사한 절대값(magnitude)들의 최소의 고유치들의 집합을 제외한 고유치들의 집합의 크기에 의해 대안적으로 결정될 수 있다.
- [0117] 프리-화이트닝(pre-whitening)(즉, 소위 마할라노비스 변형(Mahalanobis transformation))과 함께, 유사한 집

근 방법이 사용될 수 있다. 노이즈의 공분산 행렬이 알려졌거나, 계수 인자(scaling factor)까지 추정되었을 때, 노이즈 공분산의 역제곱근(inverse square root)를 행렬 Y 에 곱하는 것에 의해 상기의 유사한 접근 방법이 사용될 수 있고, 정규의 아이젠벨류 분해(regular eigenvalue decomposition) 대신 PCA 프로시쥬어 내에서의 일반화된 아이젠벨류 분해(generalized eigenvalue decomposition)를 사용함으로써 상기의 유사한 접근 방법이 사용될 수 있다.

[0118] 일단, 차원 r 이 명시되면, 신호 부공간 S 의 추정 \hat{S} 는 Y 의 r 개의 우세한 좌측 고유 벡터들(dominant left singular vectors)로부터 획득된다.

[0119] 추정 \hat{S} 은 하기들 중 하나에 의해 나타내어질 수 있다. :

[0120] 1) \hat{S} 에 대한 정규직교 기저(orthonormal basis) $\Phi_{\hat{S}}$

[0121] 2) \hat{S} 의 수직의(perpendicular) 부공간인, \hat{S}^\perp 에 대한 정규직교 기저

[0122] 3) \hat{S} 로의 투영(projection)

[0123] 4) \hat{S}^\perp 로의 투영

[0124] 1) 내지 4) 모두는 Y 의 절절된(truncated) SVD로부터 결정될 수 있다.

[0125] 예를 들면, $\Phi_{\hat{S}}$ 는 Y 의 r 개의 우세한 좌측 고유 벡터들에 의해 주어질 수 있다.

[0126] 절절된 SVD의 계산(동등하게는(equivalently), 랭크-노출하는(revealing) 아이젠벨류 분해)은, 예컨대 란초스(Lanczos) 방법과 같은 효율적인 수치 알고리즘에 의해 될 수 있다.

[0127] 무선적(randomized) 알고리즘들이 또한 사용될 수 있다. (Rokhlin, Szlam, and Tygert, SIAM. J. Matrix Anal. & Appl. 31, pp. 1100-1124, 2009)

[0128] 만약 $\#$ 가, 아웃라이어(outlier)들 또는 강한 충격음(impulsive noise)의 존재에 기인한 것일 수 있는, 희소하고 강한 노이즈를 포함하면, 행렬을 저-랭크(low-rank) 근사(approximation) 및 희소 오류(sparse error)로 분해(decompose)하는, 강인한 주 컴퍼넌트 분석(robust principal component analysis) 알고리즘이 신호 부공간에 대한 더 나은 추정을 제공할 수 있다. (J. Wright, A. Ganesh, S. Rao and Y. Ma, Robust Principal Component Analysis: Exact Recovery of Corrupted Low-Rank Matrices by Convex Optimization, Neural Information Processing Systems (NIPS), 2009)

[0129] 즉, 신호 부공간 정보의 추정은 강인한 주 컴퍼넌트 분석에 의해 수행될 수 있다.

[0130] 부분 서포트 복원 동작(420)

[0131] 부분 서포트 복원 동작(420)은 복수 개의 측정치 벡터들을 사용하여 적어도 하나의 결합 서포트의 요소를 갖는 부분집합을 계산한다. 이 때, 동작(410)에서 생성된 신호 부공간 정보가 사용될 수 있다.

[0132] 동작(420)에서 생성되는, 적어도 하나의 결합 서포트를 해 행렬의 제1 서포트로 명명한다.

[0133] 부분 서포트 복원 동작(420)은 하기의 인자들을 수신한다. :

[0134] 1) 희소 레벨 k

[0135] 2) 신호 부공간 추정 \hat{S}

[0136] 3) \hat{S} 의 차원 r

- [0137] 4) 센싱 행렬 A
- [0138] 이 단계(420)의 목표는 크기 t 의 부분 서포트를 제공하는 것이다. 여기서, $t \geq k - r$ 이다.
- [0139] 바람직한 실시예는, 계산적인 노력(effort)를 감소시키고, 몇몇 경우에 있어서 전반적인 복원 성능을 향상시키기 위해 $t = k - r$ 의 선택을 포함할 수 있다.
- [0140] 서포트 복원을 위한 임의의 그리디 알고리즘(예를 들면, M-OMP, S-OMP, 부공간-OMP 및 OMP)이 이 동작(420)에서 채용될 수 있다.
- [0141] 그리디 알고리즘의 처음 t 개의 반복들은 요구된 부분 서포트를 제공한다.
- [0142] 이러한 알고리즘들의 이점(benefit)은 그것들의 낮은 계산적인 복잡도이다. 이러한 그리디 알고리즘들의 성능을 향상시키기 위하여 센싱 행렬의 프리컨디셔닝(preconditioning)이 적용될 수 있다. (K. Schnass and P. Vandergheynst, Dictionary preconditioning for greedy algorithms, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 56, No. 5, pp. 1994-2002, 2008)
- [0143] 즉, 동작(420)은 서포트 복원을 위한 그리디 알고리즘의 부분적인 수행을 포함할 수 있다.
- [0144] 또한, p-문턱치(thresholding) 알고리즘들이 이 동작(420)을 위해 사용될 수 있다.
- [0145] 더 높은 계산적 복잡도와 함께 더 좋은 성능을 위해, 복원된 신호의 절대값들(magnitudes)의 함수(즉, 측정) 상의 문턱치(thresholding)를 수반하는(followed by) 정교한(sophisticated) 결합적으로 희소한 신호 복원 알고리즘들이 채용될 수 있다.
- [0146] 동작(420)은 결합적으로 희소한 신호 복구를 위한 임의의 방법에 기반하여 획득된 신호 추정치들의 절대값들의 측정치를 분류(thresholding)함에 의해 수행될 수 있다.
- [0147] 예를 들면, MMV 기저 추구(MMV Basis Pursuit) (행렬의 혼합된 놈에 의해 주어진 다양성(diversity)을 최소화하는 볼록 최적화 방법), 그룹 LASSO 또는 신뢰 전파(belief propagation) 방법이 적용될 수 있다.
- [0148] 하기의 수학적 식 2는 부공간-OMP를 가지고 이 동작(420)을 구현하기 위한 슈도 코드(pseudo code)이다. (K. Lee and Y. Bresler, Subspace-augmented MUSIC for joint sparse recovery with any rank, IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM), 2010).

수학적 식 2

$$J_1 \leftarrow \emptyset$$

While $|J_1| < t$ **do**

$$j^* \leftarrow \arg \max_{j \in \{1, \dots, n\} \setminus J_1} \left\| \Phi_{\hat{S}}^T P_{\mathcal{R}(A_{J_1})^\perp} a_k \right\|_2$$

$$J_1 \leftarrow J_1 \cup \{j^*\}$$

end while

- [0149]
- [0150] J_1 은 공집합(empty set)으로 초기화된다. 상기의 알고리즘의 각 반복에서, J_1 은, J_1 의 크기가 t 에 도달할 때까지, 비용 함수를 최대화하는 하나의 추가적인 요소만큼 증가한다. 즉, J_1 의 크기가 t 에 도달할 때까지, 상기의 알고리즘의 각 반복에서 비용 함수를 최대화하는 요소가 J_1 에게 추가된다.
- [0151] 전술된 것처럼, 동작(420)은 서포트 복원을 위한 임의의 방법으로부터 획득된 서포트의 부분 집합을 취할 수 있다.
- [0152] 동작(420)은 수신된 스냅샷들을 사용하는 CS-MMV 방법에 기반하여, 결합적으로 희소한 신호들 X 의 결합 서포트

들의 추정치의 제1 부분집합을 생성할 수 있다. 이러한 제1 부분집합은 부분 서포트 부분집합 J_1 에 대응한다. 여기서, CS-MMV 방법은 스냅샷들을 사용하여 생성된 행렬 및 J_1 에 대한 기수(cardinality) t 를 사용할 수 있다. 기수 t 는 타겟들의 추정된 개수 k 및 스냅샷들을 사용하여 생성된 행렬의 랭크 r 간의 차 $k - r$ 에 기반하여 결정될 수 있다.

[0153] 보완적인 서포트 복원 동작(430)

[0154] 보완적인 서포트 복원 동작(430)은 신호 부공간 정보 및 부분 서포트 부분집합 J_1 을 사용하여 결합 서포트의 적어도 하나의 추가적인 요소를 계산한다.

[0155] 상기에서 계산된 적어도 하나의 추가적인 요소를 결합 서포트의 추정의 제2 부분집합, 또는 보완적인 서포트로 명명한다.

[0156] 동작(430)에서, 제2 부분집합은 스냅샷들 또는 행렬을 사용하여 부공간에 기반한 방법에 따라 생성될 수 있다. 상기의 행렬은 스냅샷들 및 동작(420)에서 생성된 제1 부분 서포트 집합을 사용하여 생성된다.

[0157] 여기에서 설명되는 프로시저는 부공간-증대된 MUSIC(Subspace-Augmented MUSIC; SA-MUSIC)으로 인용된다. (K. Lee and Y. Bresler, Subspace-augmented MUSIC for joint sparse recovery with any rank, IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM), 2010)

[0158] 추정된 부공간 \hat{S} , 크기 t 의 부분 서포트 J_1 및 희소성 레벨 k 이 주어지면, SA-MUSIC은 k -차원의 부공간 추정 \tilde{S} 를 계산한다. \tilde{S} 은 J_1 에 의해 인덱스된 A 의 열들에 의해 증대된 부공간에 의한 \hat{S} 의 증대(augmentation)이다.

[0159] 더 상세하게, \tilde{S} 는 행렬 결합(concatenated matrix) $[A_{J_1}; \Phi_{\tilde{S}}]$ 의 범위 공간이다. 여기서, $A_{J_1} = [a_{j_1}, \dots, a_{j_t}]$ 는 $J_1 = \{j_1, \dots, j_t\}$ 에 의해 인덱스된 A 의 열들을 갖는 부행렬을 나타낸다.

[0160] \tilde{S} 를 위한 정규직교 기저의 계산은, 예컨대 그람-슈미트(Gram-Schmidt) 방법 또는 QR 분해(factorization)와 같은, 알려진 수치 알고리즘들을 사용하여 될 수 있다.

[0161] 만약, 행렬 X (또는, 행렬 X 의 좌측 고유 벡터들)가 일반적인 위치 내에 있다면, 즉, 비-0 행들을 갖는 모든 제곱 부행렬이 풀 랭크를 갖는다면, \tilde{S} 의 차원은 k 가 된다. k 는 풀 랭크 경우(case)이다.

[0162] 부공간 \tilde{S} 가 주어졌을 때, SA-MUSIC의 최종 단계는 MUSIC와 유사하다.

[0163] SA-MUSIC은 \tilde{S} 상으로 투영(project)되었을 때, 유클리드 놈(Euclidean norm)에서 가장 큰 길이를 갖는, A 의 k 개의 행들을 찾는다. 실로, J_1 에 의해 인덱스되는 행들은 평범하게(trivially) 선택 내에 포함된다.

[0164] 이런 이유로, $k - t$ 개의 추가적인 컴포넌트들을 찾기 위해, J_1 바깥쪽의 인덱스들에 대해 검색하는 것으로 충분하다.

[0165] 하기의 수학식 3은 상기에서 설명된 프로시저를 요약하는 슈도 코드이다.

수학식 3

$\Phi_{\hat{S}} \leftarrow \text{QR}([\Phi_{\hat{S}}; A_{J_1}])$ (QR factorization)

for $k \in \{1, \dots, n\} \setminus J_1$ do

$$z_j \leftarrow \|\Phi_{\hat{S}}^T a_k\|_2$$

end for

$\hat{J} \leftarrow J_1 \cup \{\text{indices of the } (k-t) \text{ largest } z_j \text{'s}\}$

[0166]

[0167] 동등한(equivalent) 프로시저어가, 부공간들 \hat{S} 및 \tilde{S} 을 위한 기저들(bases) 대신에, 부공간 \hat{S} 및 \tilde{S} 상으로의 투영 연산자(operator)들의 면에서(in terms of) 주어질 수 있다.

[0168] 전술된 것처럼, 동작(430)은 센싱 행렬의 열들에 의해 확대된 부공간에 의한 신호 부공간 추정의 증대(augmentation)에 의해 형성된 증대된(augmented) 신호 부공간을 사용할 수 있다. 상기의 열들은 결합 서포트의 제1 부분집합에 의해 인덱스될 수 있다.

[0169] 또한, 동작(430)은 센싱 행렬의 부분집합 내에 존재하지 않는 인덱스를 갖는 열들 중에서, 증대된 신호 부공간 상으로의 직교 투영이 최대의 유클리드 놈을 갖는 적어도 하나의 열을 찾는 동작을 포함할 수 있다.

[0170] 선택적으로, 동작(430)은, 센싱 행렬의 열들로부터 (상기 행렬의 인덱스들은 결합 서포트의 제1 부분집합 내에서 결여됨), 적어도 하나의 행을 찾을 수 있다. 여기서, 증대된 신호 부공간의 직교 여공간 상으로의 상기 적어도 하나의 행의 직교 투영은 가장 작은 유클리디안 놈을 갖는다.상기에서 설명된 동작들(410, 420 및 430) 각각은 파라미터 k 의 추정을 사용한다.

[0171] 스냅샷들 Y 로부터 k 를 추정하기 위해, 예를 들면, 데이터 피팅 레지듀얼(data fitting residual)에 의해 정의된 정지 기준(stopping criterion)과 함께, 희소 신호 재구성을 위해 Y 에게 적용된 임의의 증분(incremental) 그리디 알고리즘(J. A. Tropp, Average-case analysis of greedy pursuit, in Proc. SPIE Wavelets XI, pp. 590401.01-11, San Diego, Aug. 2005)이 k 의 유효한 상한선(upper bound)을 제공한다.

[0172] k 의 추정을 위한 다른 방법이 본 발명의 또 다른 실시예의 맥락(context) 내에서 이후 설명된다.

[0173] 또 다른 예시적인 실시예에서, 부분 서포트 복원 단계(420)는 복수 개의 부분 서포트에 대한 후보 부분집합들을 생성하도록 반복된다. 잇달은 보완적인 서포트 복원 단계(430)는 완전한(complete) 서포트를 위한 후보 해들 $\hat{J}^{(\ell)}$, $\ell = 1, \dots, L$ 의 집합을 생성하는 각 후보 부분 서포트에 대해 반복된다.

[0174] 후보 부분 서포트들 중 최선의 것이 하기의 수학식 4에 따른 비용 함수를 최소화시키는 하나로써 선택된다.

수학식 4

$$C_\ell = \min_{\Psi} \left\| Y - A_{\{\hat{J}^{(\ell)}\}} \Psi \right\|_F^2$$

[0175]

[0176] 즉, 비용 함수에 기반하여 미지의 최소성 레벨이 생성될 수 있으며, 비용 함수의 출력 값은 미리 정의된 범위

내의 입력 값들의 초기 범위의 최소 값일 수 있다.

[0177] 보완적인 서포트 복원 동작(430)의 또 다른 실시예

[0178] 다음으로 또 다른 실시예가 설명된다.

[0179] Y 의 우세한 좌측 고유 벡터들 r 에 의해 $\Phi_{\hat{s}}$ 가 주어진다. 다음으로, 표준적인 수치 선형 대수학 방법들(예컨대, 그람-슈미트 프로시저)을 사용함으로써, 신호 부공간의 직교 여공간(orthogonal complement)으로서 정의된 노이즈 부공간에 대한 직교 기저(orthogonal basis) Q 가 획득될 수 있다.

[0180] 즉, 하기의 수학식 5가 성립한다.

수학식 5

$$R(Q) = \hat{S}^\perp = R(\Phi_{\hat{S}})^\perp$$

[0181]

[0182] 다음으로, J 에 의해 X 의 행 서포트를 나타내는, "압축적인(compressive) MUSIC"이라고 불리는, 실시예의 또 다른 폼(form)은 하기의 수학식 6에 따른 관측(observation)에 의해 주어진다. (J. M. Kim, O. K. Lee, and J. C. Ye, "Multiple Measurement Vector Problem with Subspace-based Algorithm," In. Proc. SIAM Conference on Imaging Science., April 12-14, 2010)

수학식 6

$$\text{rank}(Q^H[A_{J_1}; a_j]) = \begin{cases} k-r, & j \in J \\ k-r+1, & \text{otherwise} \end{cases}$$

[0183]

[0184] 수학식 6은 하기의 수학식 7이 정의와 함께 결합될 수 있다.

수학식 7

$$\xi_j = g_j^H P_{G_{J_1}}^\perp g_j$$

[0185]

[0186] 여기서, $g_j = Q^H a_j$, $G_{J_1} = Q^H A_{J_1}$ 이다. $P_{G_{J_1}}^\perp$ 은 G_{J_1} 의 범위 공간의 직교 여공간 상으로의 직교 투영이다.

[0187] 다음으로, 수학식 6에 의해 설명된 조건은 하기의 수학식 8과 같이 동가적으로(equivalently) 표현될 수 있다.

수학식 8

$$\xi_j = 0, \quad j \in J$$

[0188]

[0189] 노이지 측정치들에게 있어서, 서포트 추정은 ξ_j 에 대한 k-최소 값들을 부여하는 인덱스들의 집합에 의해 주어진다.

[0190] 즉, 보완적인 서포트 추정인, 제2 부분집합은 복수 개의 스냅샷들을 사용하여 생성된 행렬의 랭크로서 획득된 신호 부공간의 차원의 추정치에 기반하고, 제1 부분집합 내에서 제외된 딕셔너리(dictionary)의 기저 벡터에 기반하여(즉 부분 서포트 추정으로부터) 생성될 수 있다.

[0191] 최소성 레벨 추정 동작

[0192] 상기의 실시예들에서, 최소성 레벨 k는 알려진 것으로 간주된다. 만약, 최소성 레벨 k가 알려지지 않은 경우, 하기의 방법에 따라 k의 추정 \hat{k} 가 계산될 수 있다.

[0193] 최소성 레벨의 추정은 타겟들의 개수를 추정하는 것에 대응할 수 있다.

[0194] 따라서, 제1 부분집합 및 제2 부분집합 내의 요소들의 총 개수는 타겟들의 개수이다.

[0195] 즉, 그리디 서포트 복원 알고리즘을 사용하여 최소성 레벨 k를 추정하는 동작이 본 실시예에 추가될 수 있다.

[0196] 우선, 최소성의 상한이 k_{\max} 로 정의된다. 다음으로, $t = r + 1, \dots, k_{\max}$ 에 대해, 하기의 수학식 9의 $C(t)$ 가 계산된다.

수학식 9

$$C(t) = \min_{\substack{I \cap J_1(t) = \emptyset \\ |I|=r}} \sum_{j \in I} g_j^H P_{G_{J_1(t)}}^\perp g_j$$

[0197]

[0198] 여기서, $J_1(t)$ 는 임의의 MMV 압축적인 센싱 알고리즘에 의해 추정된 크기 $t - r$ 의 부분 서포트를 나타낸다.

[0199] 추정치 \hat{k} 가, t 에 관해서(with respect to) $C(t)$ 의 제1 지역 최소화자(first local minimizer)로서 선택된다.

[0200] 수학식 9에서의 최소화는 $\{1, \dots, n\}$ 로부터의 요소들을 포함하고, $J_1(t)$ 로부터의 요소들은 포함하지 않는, 크기 r 의 인덱스 집합들 I 에 걸친(over) 것이다. 이러한 최소화는 우선 모든 $j \in \{1, \dots, n\} \setminus J_1(t)$ 에 대해 피가수(summand)들을 계산하는 것과, 그 다음으로 최소 절대값의 r 개의 피가수를 선택하는 것에 의해 수행될 수 있다.

[0201] k_{\max} 값은 다양한 실제적인(practical) 고려(consideration)들에 기반하거나, 이론적인 고려들(예컨대, 주어진 센싱 행렬 및 주어진 랭크 r 에 의해 복원될 수 있는 최대 최소성 레벨의 이론적인 경계)에 기반한 파라미터로서 제공된 요구되는 값일 수 있다. (예를 들어 "J. Chen and X. Huo, "Theoretical results on sparse representations of multiple-measurement vectors," IEEE Trans. Signal Process., vol. 54, no. 12, pp. 4634--4643, Dec. 2006"를 본다).

- [0202] 또한, k_{\max} 를 결정하기 위한 또 다른 방식은 상기에서 설명된 것과 같이, 스냅샷들 I 에게 데이터 피딩 레지듀얼에 의해 정의된 정지 기준을 갖는 MMV 회소 신호 재구성을 위한 그리디 알고리즘을 적용하는 것이다.
- [0203] 동작들(410 내지 430)에 의해 결합적으로 회소한 신호들의 복수 개의 측정치 벡터들로부터 정보가 추출될 수 있다. 또한, 동작들(410 내지 430)은 복수 개의 스냅샷들을 처리하기 위한 방법으로 간주될 수 있다.
- [0204] 도 5는 본 발명의 일 예에 따른 SA-MUSIC의 성능을 다른 알려진 방법들과 비교하는 수치 실험들을 보인다.
- [0205] 특히, 결합적으로 회소한 신호들의 랭크 결핍 하에서의 성능이 보여진다.
- [0206] 회소도 레벨은 8이고, 신호의 길이는 128이다. 제1 그래프(510)에서 랭크는 4이고, 제2 그래프(520)에서 랭크는 6이다.
- [0207] SA-MUSIC 알고리즘은 최첨단 기술을 사용한 CS-MMV 알고리즘들(MMV 기저 추구(MMV Basis Pursuit; M-BP))에 비해 훨씬 낮은 계산적 복잡도를 갖고, 더 낮은 성능을 보인다.
- [0208] 도 6은 본 발명의 일 예에 따른 SA-MUSIC의 성능을 다른 알려진 방법들과 비교하는 다른 수치 실험들을 보인다.
- [0209] 특히, 결합적으로 회소한 신호들의 약-조건 하에서의 성능이 보여진다.
- [0210] 회소도 레벨은 8이고, 신호의 길이는 128이다. 랭크는 8이나, 조건 수(condition number)는 크다.
- [0211] 제1 그래프(610)에서의 조건 수는 10이고, 제2 그래프(620)에서의 조건 수는 50이다.
- [0212] SA-MUSIC은 이러한 선호되지 않는 환경 하에서 좋은 성능을 보이는 반면, 다른 방법들은 이러한 결함을 겪는다.
- [0213] 도 7은 본 발명의 일 예에 따른 CS-MUSIC의 성능을 다른 알려진 방법들과 비교하는 수치 실험들을 성능을 보인다.
- [0214] 여기서, 신호의 길이는 20이다. 랭크는 8이다. SNR은 30dB이다.
- [0215] CS-MUSIC은 제1 그래프(710)에서 S-OMP를 증가하고, 제2 그래프(720)에서 2-문턱치(thresholding)를 증가한다. 이 때, 단지 부분 서포트만 S-OMP 및 2-문턱치에 의해 찾아지고, 보완적인 서포트들은 MUSIC 기준(criterion)에 의해 찾아진다.
- [0216] 도 8은 본 발명의 일 예에 따른 회소도 추정 동작을 위한 비용 함수의 예를 보인다. 여기서, 측정치의 개수는 20이고, 진정한(true) 회소도는 9이다. 측정치 행렬의 랭크는 8이다.
- [0217] 제1 지역 최소화자에 대응하는 회소도 추정은, 노이즈가 없을 경우(noiseless)(제1 그래프(810)) 및 노이즈가 있을(SNR = 30dB) 경우(제2 그래프(820)) 양자에 있어서, 진정한 회소도 레벨과 동일하다.
- [0218] 도 9는 본 발명의 일 실시예에 따른 결합적으로 회소한 신호들의 복수 개의 측정치들(스냅샷들)을 처리하기 위한 장치의 구조도이다.
- [0219] 장치(900)는 수신 유닛(910) 및 제어기(920)를 포함한다.
- [0220] 장치(900)는 복수 개의 스냅샷들로부터 결합적으로 회소한 신호들을 복원할 수 있다.
- [0221] 수신 유닛(910)은, 복수 개의 측정치들을 처리하기 위해 필요한 정보, 예컨대 스냅샷들을 수신한다.
- [0222] 제어기(920)는 복수 개의 측정치들을 처리하기 위한 동작(예컨대, 동작(410 내지 430)과 같은 도 4를 참조하여 기술된 동작)을 수행한다.
- [0223] 예컨대, 제어기(920)는 수신된 스냅샷들을 사용함으로써 선택된 CS-MMV 방법에 기반하여 해 행렬의 결합 서포트

들의 추정치의 제1 부분집합을 생성하고, 스냅샷들 및 제1 서포트들을 사용하여 부공간-기반 방법에 기반하여 결합 서포트의 추정치의 제2 부분집합을 생성한다.

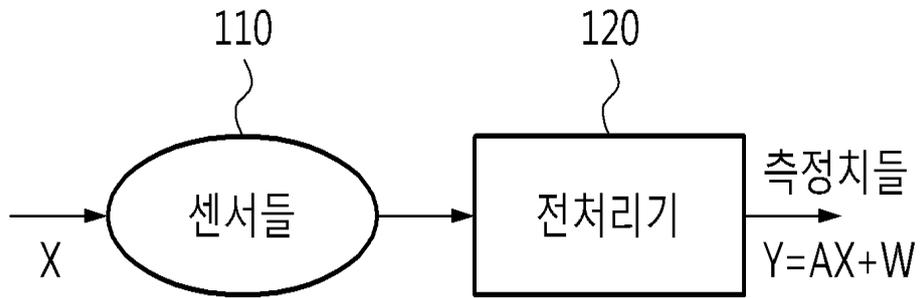
- [0224] 제어기(920)는 타겟들의 개수를 추정할 수 있다. 이 때, 제1 부분집합 및 제2 부분집합 내의 요소들의 총 개수는 추정된 타겟들의 개수이다.
- [0225] 제어기(920)는 스냅샷들을 사용하여 생성된 행렬의 랭크, 제1 서포트들 및 제1 서포트들 내에 포함되지 않은 디서너리의 기저 벡터에 기반하여 제2 서포트들을 생성할 수 있다.
- [0226] 앞서 도 1 내지 도 8을 참조하여 설명된 본 발명의 일 실시예에 따른 기술적 내용들이 본 실시예에도 그대로 적용될 수 있다. 따라서 보다 상세한 설명은 이하 생략하기로 한다.
- [0227] 상기에서 설명된 본 발명의 예시적 실시예들은 컴퓨터에 의해 구체화되는 다양한 동작들을 구현하기 위한 프로그램 명령어들을 포함하는 비-일시적인(non-transitory) 컴퓨터-판독가능한(computer-readable) 매체에 기록될 수 있다. 상기의 미디어는 프로그램 명령어들, 데이터 파일들, 데이터 구조(structure)들 및 이와 유사한 것들을 단독 또는 조합하여 포함할 수 있다.
- [0228] 비-일시적인 컴퓨터-판독가능한 미디어는 하드 디스크들, 플로피 디스크들 및 자기 테이프와 같은 자기 미디어를 포함하고, CD ROM 디스크들 및 DVD들과 같은 광학 미디어를 포함하고, 플롭티컬(floptical) 디스크들 같은 자기-광(magneto-optical) 미디어를 포함하고, 응용 특정 집적된 회로(Application Specific Integrated Circuits; ASIC)들, 필드-프로그램가능한 게이트 어레이(Field-Programmable Gate Array; FPGA)들, 판독-전용 메모리(Read-Only Memory; ROM), 임의 액세스 메모리(Random Access Memory; RAM), 플래쉬(flash) 메모리 및 이와 유사한 것들과 같은, 프로그램 명령어들을 저장 및 수행하도록 특별히 구성된 하드웨어 디바이스(device)들을 포함한다.
- [0229] 프로그램 명령어들의 예는 컴파일러(compiler)에 의해 생성된 기계 코드(machine code) 및 인터프리터(interpreter)를 사용하는 컴퓨터에 의해 실행될 수 있는 더 높은 레벨의 코드를 포함하는 파일을 포함한다.
- [0230] 설명된 하드웨어 디바이스들은 상기에서 설명된 본 발명의 예시적 실시예들의 동작들을 수행하기 위한 하나 이상의 소프트웨어 모듈들로서 동작하도록 구성될 수 있으며, 그 반대일 수도 있다(or vice versa).
- [0231] 컴퓨터-판독가능한 미디어는 캐리어 웨이브(carrier wave) 내에 구현된 컴퓨터 데이터 신호에 의해 전송된(transmitted) 컴퓨터 코드일 수 있으며, 프로세서에 의해 실행될 수 있는 명령어들의 일련을 나타낼 수 있다.
- [0232] 본 발명의 몇몇 실시예들이 개시 및 설명되었음에도 불구하고, 본 발명은 설명된 예시적 실시예들로 제한되지 않는다. 대신, 당 기술분야에서 숙련된 자라면, 청구항들 및 청구항들의 균등물에 의해 그 범위가 정해지는 본 발명의 원리 및 기질(spirit)에서 유리되지 않은 채, 이러한 예시적 실시예들에게 변경이 가해질 수 있음을 인식할 것이다.

부호의 설명

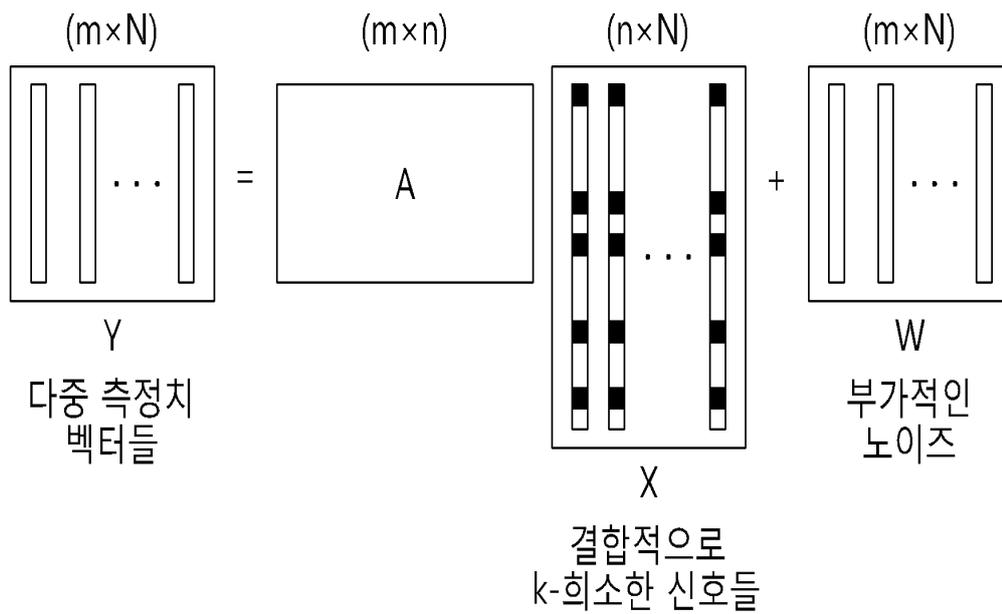
- [0233] 900: 스냅샷 처리 장치
- 910: 수신 유닛
- 920: 제어기

도면

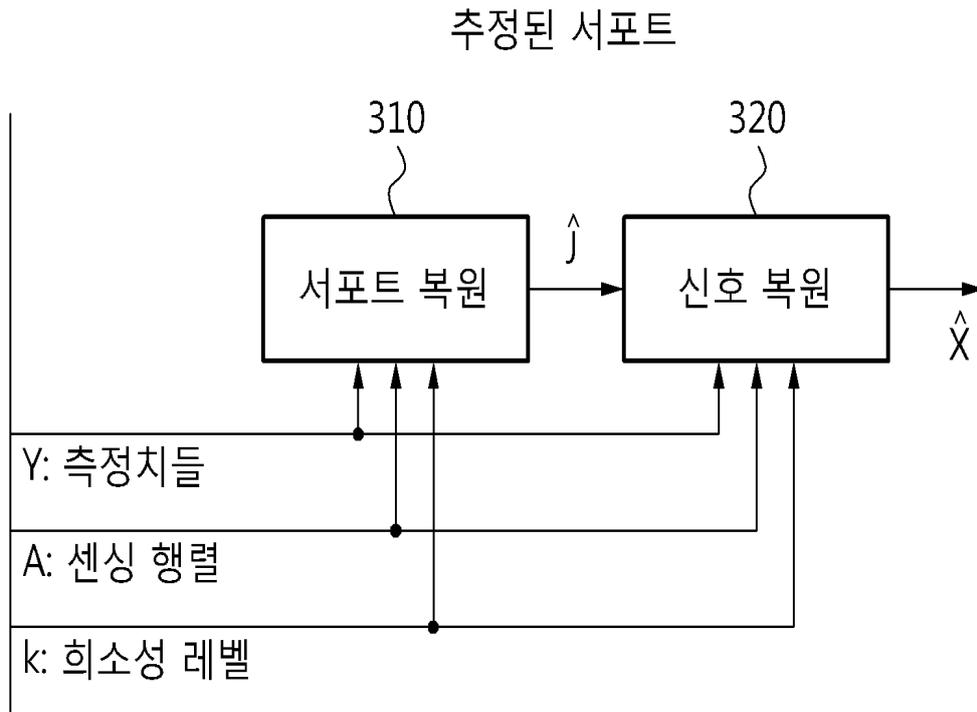
도면1



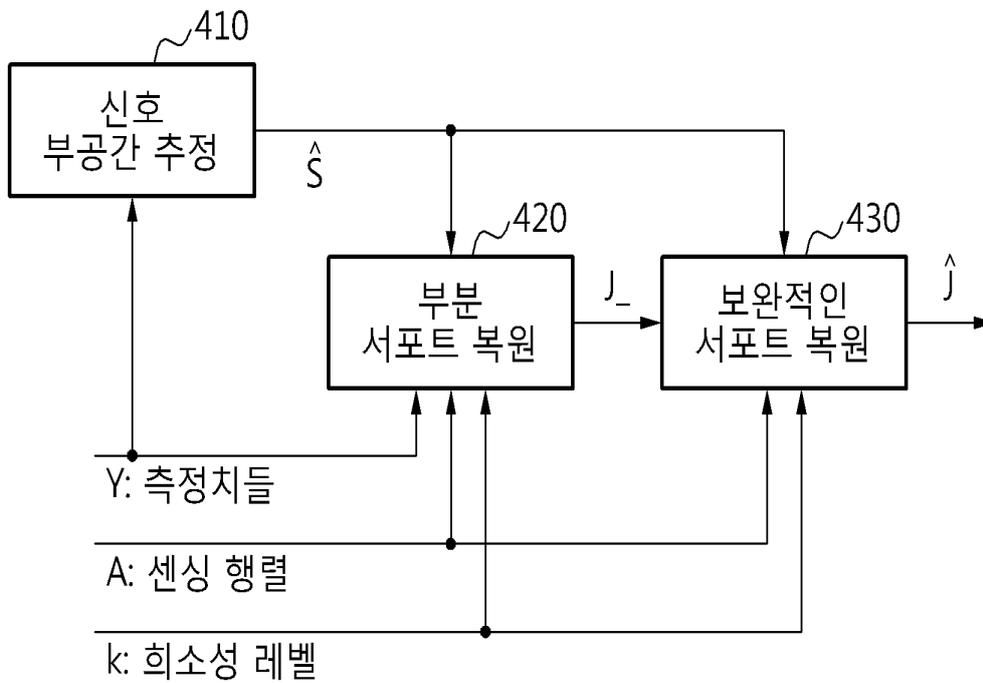
도면2



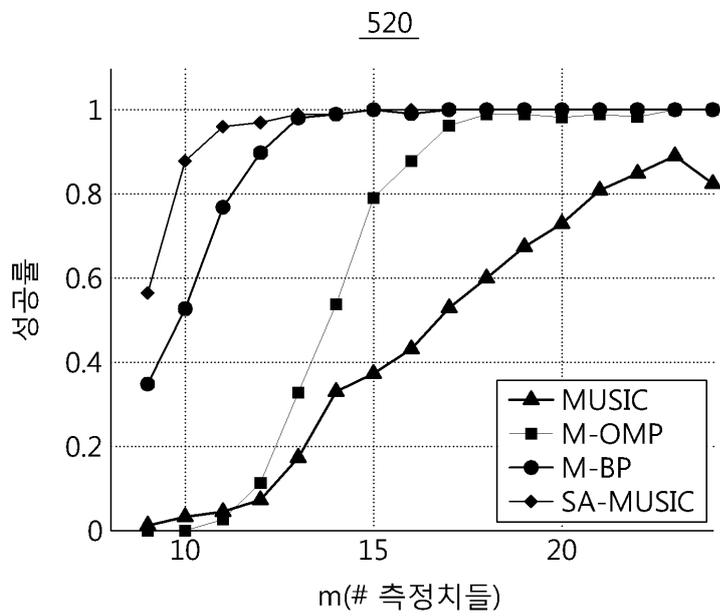
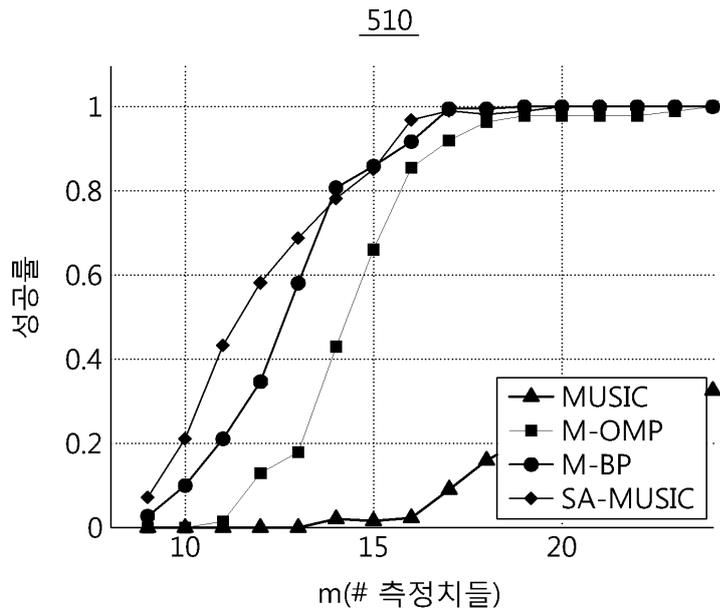
도면3



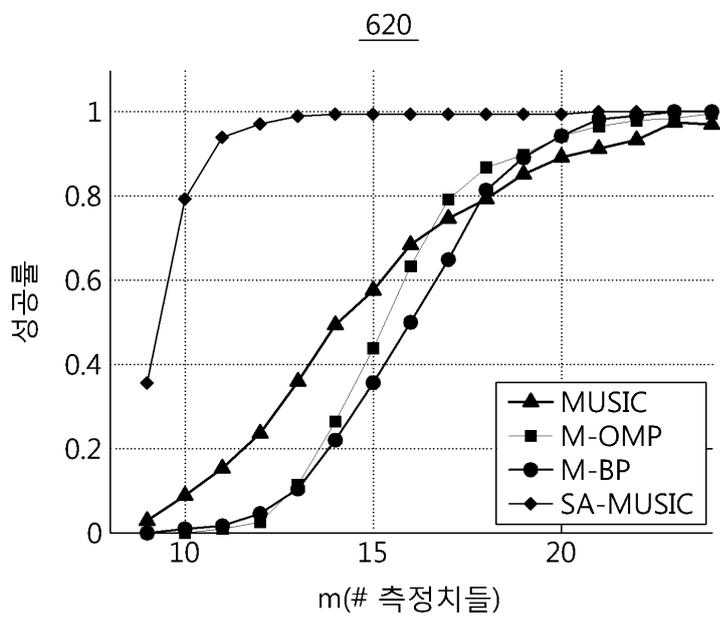
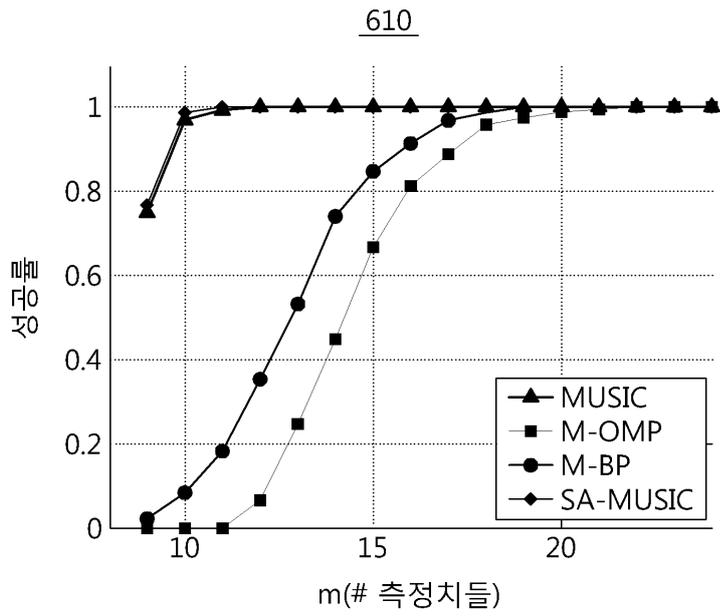
도면4



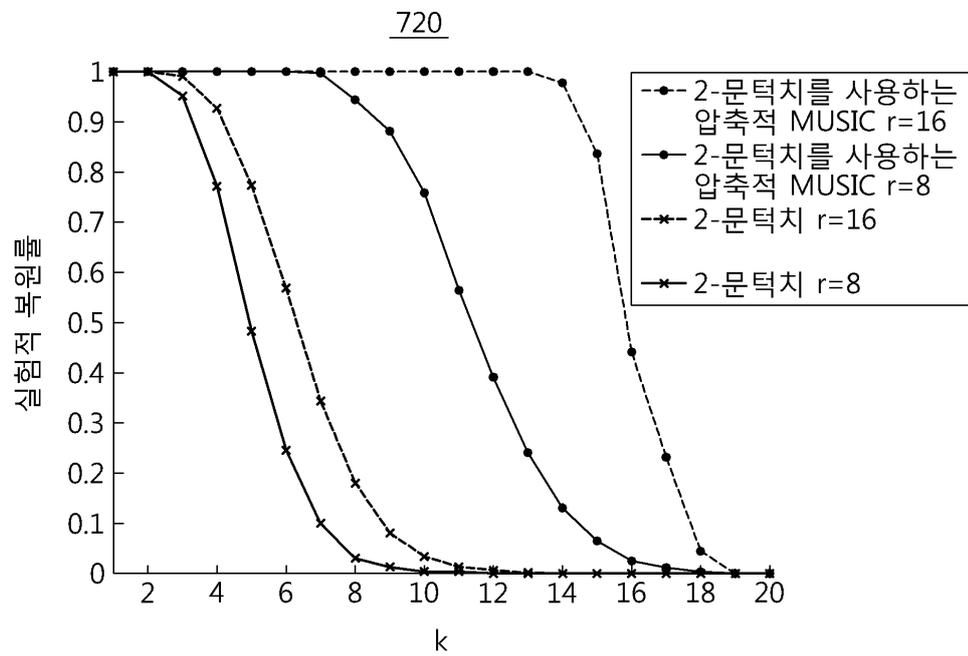
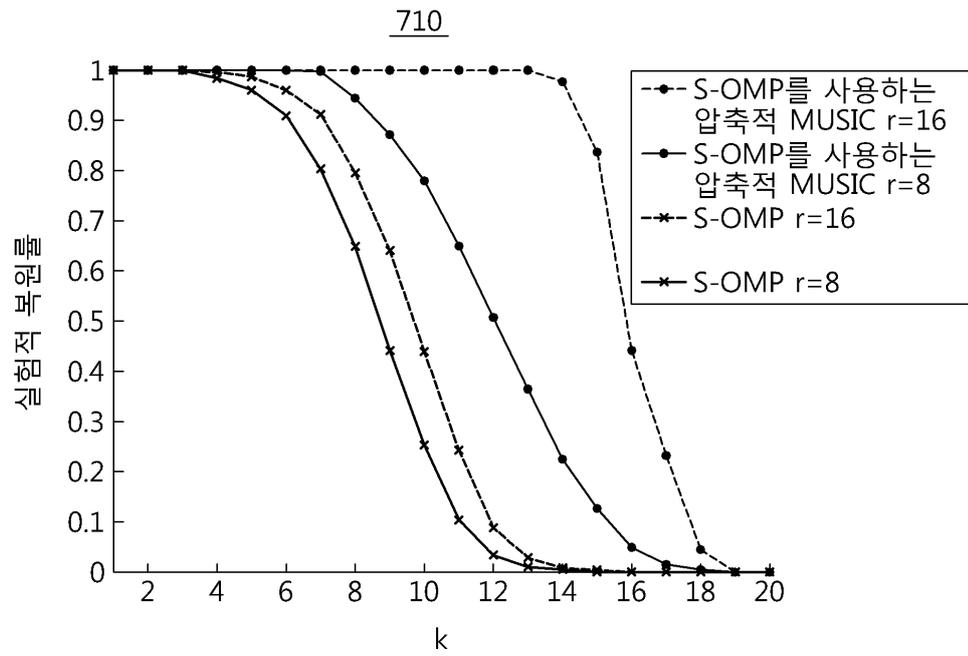
도면5



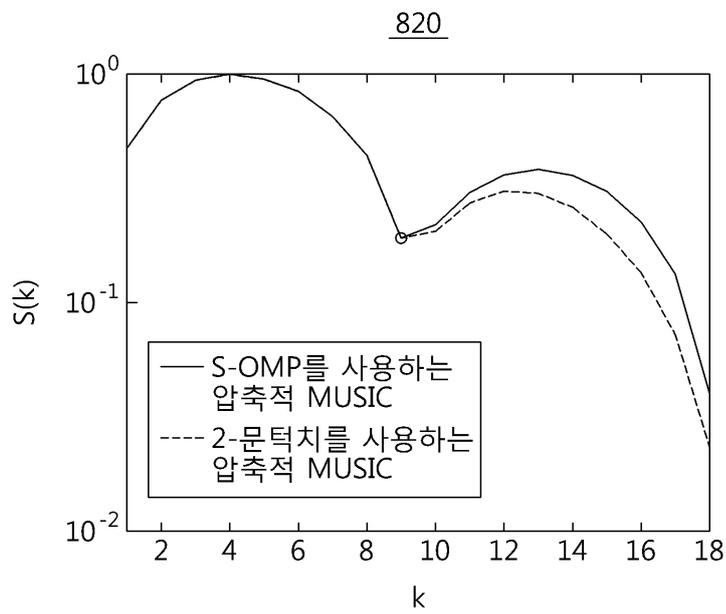
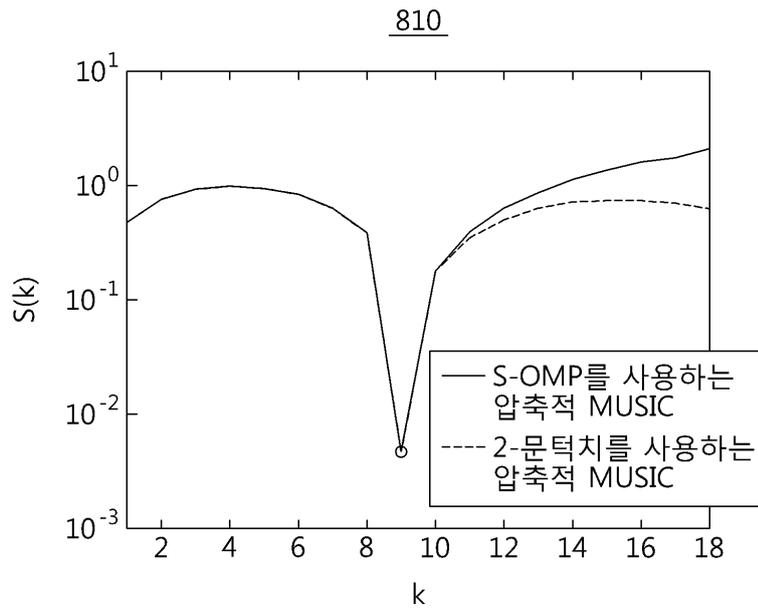
도면6



도면7



도면8



도면9

